

A. Il consumo giornaliero di acqua potabile (m^3) di una famiglia italiana può essere descritto da una v.c. normale con media 12 e varianza 9.

1. Calcolare la probabilità che, estraendo un campione casuale di 100 famiglie, il consumo medio sia superiore a $12,6 m^3$.
2. Se si rimuove l'ipotesi di normalità per la distribuzione del consumo giornaliero di acqua potabile, il calcolo svolto al punto precedente rimane ancora valido?

B. Si consideri la variabile casuale X che nella popolazione ha distribuzione:

x	$f(x)$
1	0,2
2	0,1
3	0,3
4	0,4
	1,0

1. Si elenchino tutti i possibili campioni di dimensione $n = 2$ e si indichi la probabilità di ciascuno di essi.
2. Si ricavi la distribuzione della media campionaria.
3. Con riferimento al punto precedente, si mostri che la media campionaria è uno stimatore non distorto della media della popolazione e si calcoli l'errore quadratico medio.
4. Si ricavi la distribuzione della varianza campionaria.
5. Con riferimento al punto precedente, si mostri che la varianza campionaria è uno stimatore non distorto della varianza della popolazione.

C. Si consideri un campione casuale di ampiezza $n = 5$.

1. Si stabilisca se lo stimatore della media appresso indicato,

$$T = 0,2X_1 + 0,3X_2 + 0,1X_3 + 0,1X_4 + 0,3X_5,$$

è distorto e se ne calcoli l'errore quadratico medio.

2. Si verifichi che lo stimatore è meno efficiente della media campionaria.

D. Si determini la seguente probabilità

$$P(17,04 < S^2 < 36,69),$$

con riferimento ad un campione casuale di ampiezza $n = 30$ e una popolazione generatrice normale avente varianza 25 (si usino le tavole della distribuzione chi-quadrato).

E. Si supponga che un indicatore della qualità della vita abbia distribuzione normale con media 74 e deviazione standard 18.

1. Si calcoli l'errore standard della media per campioni di ampiezza $n = 100$ e se ne indichi il significato.
2. Quale dovrebbe essere la dimensione campionaria che assicura un errore standard della media pari alla metà di quello del punto precedente?

F. Si supponga che la variabile “possedere un computer” abbia nella popolazione distribuzione Bernoulliana con parametro $p = 0,4$.

1. Si elenchino tutti i possibili campioni di dimensione $n=3$.
2. Si ottenga la distribuzione della media campionaria.
3. Si verifichi che la media e la varianza di questa distribuzione coincidono con quelle teoriche.
4. Con riferimento al punto 2, si calcoli l'errore quadratico medio della media campionaria come stimatore del parametro p .