

STATISTICA (I MODULO - STATISTICA DESCRITTIVA)  
Soluzione esercitazione 4

**Esercizio A.**

$i$	$x_i$	$y_i$	$F_i$	$(x_i - \mu)^2$
1	4,197	2,993	0,0833	0,0048
2	4,182	3,843	0,1667	0,0071
3	4,305	4,182	0,2500	0,0015
4	4,369	4,197	0,3333	0,0105
5	4,387	4,305	0,4167	0,0145
6	4,472	4,369	0,5000	0,0422
7	4,472	4,387	0,5833	0,0422
8	4,487	4,472	0,6667	0,0486
9	4,660	4,472	0,7500	0,1548
10	4,831	4,487	0,8333	0,3187
11	3,843	4,660	0,9167	0,1794
12	2,993	4,831	1,0000	1,6218
Totale	51,198	51,198		2,4462

1. La media aritmetica è pari a  $\mu = 51,198/12 = 4,2665$ . Per i quartili occorre ordinare i valori in senso non decrescente, quindi possiamo utilizzare la colonna delle frequenze relative cumulate oppure utilizzare le seguenti formule per  $N = 12$ :

$$\begin{aligned} m &= (y_{N/2} + y_{N/2+1})/2 = (4,369 + 4,387)/2 = 4,378 \\ q_1 &= (y_{N/4} + y_{N/4+1})/2 = (4,182 + 4,197)/2 = 4,1895 \\ q_3 &= (y_{3/4N} + y_{3/4N+1})/2 = (4,472 + 4,487)/2 = 4,4795 \end{aligned}$$

- 2.

$$\begin{aligned} \Delta_Q &= 4,4795 - 4,1895 = 0,29 \\ \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n} = \frac{2,4462}{12} = 0,20385 \\ \sigma &= \sqrt{0,20385} = 0,4515 \end{aligned}$$

**Esercizio B.** Ricordando che  $X_i$  indica la distribuzione di quantità e  $x_i = X_i/n_i$  i valori centrali di classe, la seguente tabella riporta le quantità necessarie per i calcoli:

Classi	$c_{i-1}$	$c_i$	$n_i$	$X_i$	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$x_i f_i$	$(x_i - \mu)^2 f_i$
0-20	-0,5	20,5	4	74,305	18,576	0,1333	0,1333	2,4768	14,6658
21-30	20,5	30,5	15	377,055	25,137	0,5000	0,6333	12,5685	7,7108
31-40	30,5	40,5	8	279,476	34,934	0,2667	0,9000	9,3159	9,1900
41-50	40,5	50,5	3	141,085	47,028	0,1000	1,0000	4,7028	32,2716
Totale			30	871,921		1,0000		29,0640	63,8382

Il fatturato medio è pari a  $\mu = 29,064$ , mentre la deviazione standard è pari a

$$\sigma = \sqrt{(x_i - \mu)^2 f_i} = \sqrt{63,8382} = 7,9899$$

Il primo quartile appartiene alla classe 21-30, quindi:

$$q_1 = 20,5 + \frac{0,25 - 0,1333}{0,5} (30,5 - 20,5) = 22,834$$

mentre il terzo quartile appartiene alla classe 31-40, quindi:

$$q_3 = 30,5 + \frac{0,75 - 0,6333}{0,2667} (40,5 - 30,5) = 34,876$$

La differenza interquartile è perciò pari a:

$$\Delta_q = 34,876 - 22,834 = 12,042$$

**Esercizio C.** Le seguenti tabelle riportano per ciascuna condizione professionale le quantità necessarie per i calcoli successivi:

Classi	$c_{i-1}$	$c_i$	$x_i$	Occupati				
				$n_i$	$f_i$	$F_i$	$x_i f_i$	$(x_i - \mu)^2 f_i$
15-19	15	20	17,5	222	0,0096	0,0096	0,1673	5,4988
20-24	20	25	22,5	1270	0,0547	0,0642	1,2305	19,7080
25-29	25	30	27,5	2362	0,1017	0,1660	2,7971	19,8881
30-34	30	35	32,5	3383	0,1457	0,3116	4,7346	11,7561
35-44	35	45	40,0	7378	0,3177	0,6294	12,7086	0,6989
45-54	45	55	50,0	5840	0,2515	0,8808	12,5743	18,2418
55-64	55	65	60,0	2391	0,1030	0,9838	6,1778	35,3031
65-69	65	70	67,5	376	0,0162	1,0000	1,0929	10,9596
Totale				23222	1,0000		41,4832	122,0544

Classi	$c_{i-1}$	$c_i$	$x_i$	In cerca di occupazione				
				$n_i$	$f_i$	$F_i$	$x_i f_i$	$(x_i - \mu)^2 f_i$
15-19	15	20	17,5	102	0,0677	0,0677	1,1853	18,0532
20-24	20	25	22,5	278	0,1846	0,2523	4,1534	23,6810
25-29	25	30	27,5	274	0,1819	0,4343	5,0033	7,2817
30-34	30	35	32,5	246	0,1633	0,5976	5,3088	0,2874
35-44	35	45	40,0	357	0,2371	0,8347	9,4821	9,0349
45-54	45	55	50,0	187	0,1242	0,9588	6,2085	32,4812
55-64	55	65	60,0	59	0,0392	0,9980	2,3506	26,8383
65-69	65	70	67,5	3	0,0020	1,0000	0,1345	2,2588
Totale				1506	1,0000		33,8264	119,9166

1. L'età media degli occupati è pari a  $\mu = 40,9832$ , mentre per le persone in cerca di occupazione è pari a  $\mu = 33,3264$ .

La classe mediana per gli occupati è la classe 35-44, da cui l'età mediana:

$$m = 35 + \frac{0,5 - 0,3116}{0,3177}(45 - 35) = 40,93$$

La classe mediana per le persone in cerca di occupazione è la classe 30-34, da cui l'età mediana:

$$m = 30 + \frac{0,5 - 0,4343}{0,1633}(35 - 30) = 32,012$$

2. Il coefficiente di variazione per gli occupati è pari a:

$$C_V = \frac{\sqrt{122,0544}}{40,9832} 100 = 26,957$$

mentre per coloro in cerca di occupazione è pari a:

$$C_V = \frac{\sqrt{108,0290}}{32,0933} 100 = 32,39$$

Quindi, la variabilità della distribuzione dell'età risulta maggiore per coloro che sono in cerca di occupazione.

3. Per gli occupati il primo quartile appartiene alla classe 30-34, quindi:

$$q_1 = 30 + \frac{0,25 - 0,166}{0,1457}(35 - 30) = 32,883$$

mentre il terzo quartile appartiene alla classe 45-54, quindi:

$$q_3 = 45 + \frac{0,75 - 0,6294}{0,2515}(55 - 45) = 49,795$$

La differenza interquartile è perciò pari a:

$$\Delta_q = 49,795 - 32,883 = 16,912$$

**Esercizio D.**

Giacenze I anno						Giacenze II anno					
Magazzino	$x_i$	$A_i$	$P_i$	$Q_i$	$P_i - Q_i$	Magazzino	$x_i$	$A_i$	$P_i$	$Q_i$	$P_i - Q_i$
I	68	68	0,1000	0,0723	0,0277	B	40	40	0,1000	0,0772	0,0228
J	71	139	0,2000	0,1477	0,0523	C	44	84	0,2000	0,1622	0,0378
B	72	211	0,3000	0,2242	0,0758	J	44	128	0,3000	0,2471	0,0529
D	73	284	0,4000	0,3018	0,0982	G	45	173	0,4000	0,3340	0,0660
C	78	362	0,5000	0,3847	0,1153	D	48	221	0,5000	0,4266	0,0734
A	85	447	0,6000	0,4750	0,1250	I	50	271	0,6000	0,5232	0,0768
H	87	534	0,7000	0,5675	0,1325	E	52	323	0,7000	0,6236	0,0764
G	88	622	0,8000	0,6610	0,1390	H	53	376	0,8000	0,7259	0,0741
E	107	729	0,9000	0,7747	0,1253	A	59	435	0,9000	0,8398	0,0602
F	212	941	1,0000	1,0000	0,0000	F	83	518	1,0000	1,0000	0,0000
Totale	941		0,8911			Totale	518		0,5405		

1. L'indice di concentrazione per le giacenze alla fine del primo anno è pari a

$$G = \frac{2}{10 - 1} 0,8911 = 0,198,$$

mentre per le giacenze alla fine del secondo anno è pari a

$$G = \frac{2}{10 - 1} 0,5405 = 0,1201.$$

Le corrispondenti curve di concentrazione sono riportate nella Figura 1.

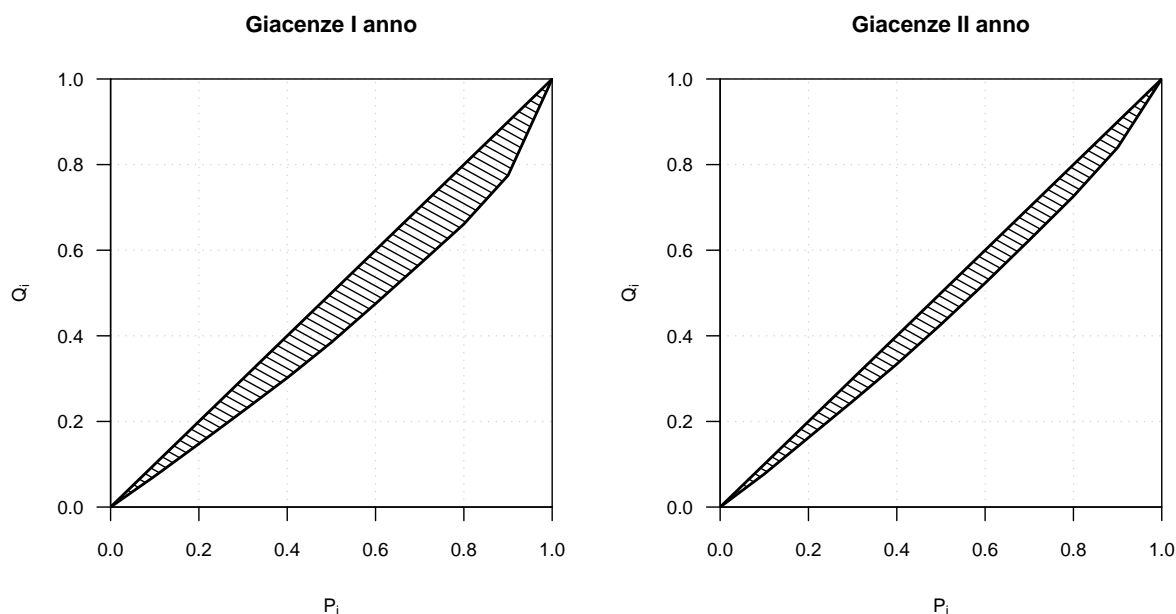


Figura 1

2. Come si può vedere la quantità di merce giacente nei magazzini alla fine del secondo anno diminuisce, così come la concentrazione. Quindi, la gestione del magazzino risulta essere migliorata sia in termini assoluti (quantità giacenti), che di uniformità di comportamento tra i diversi magazzini (minore concentrazione).

**Esercizio E.**

Classi di addetti	$n_i$	$f_i$	$X_i$	$A_i$	$P_i$	$Q_i$	$P_i - Q_i$	$P_{i-1} - Q_{i-1}$	$\Pi$
1	493669	0,4448	493669	493669	0,4448	0,0753	0,3694	0,0000	0,164325
2-9	495710	0,4466	1849025	2342694	0,8914	0,3576	0,5339	0,3694	0,403445
10-19	75805	0,0683	1004476	3347170	0,9597	0,5109	0,4489	0,5339	0,067120
20-49	31370	0,0283	928305	4275475	0,9880	0,6525	0,3354	0,4489	0,022168
50-249	11796	0,0106	1116329	5391804	0,9986	0,8229	0,1757	0,3354	0,005432
250-999	1543	0,0014	1160258	6552062	1,0000	1,0000	0,0000	0,1757	0,000244
Totale	1109893	1,0000	6552062						0,662734

Quindi, l'indice di concentrazione è pari a  $R = 0,6627$  e la corrispondente curva di concentrazione è riportata nella Figura 2.

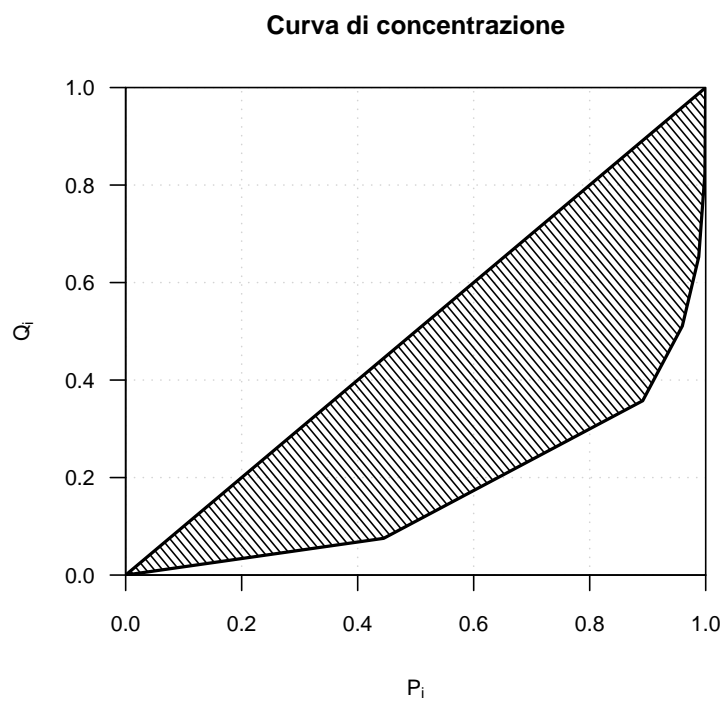


Figura 2