

Frequenza assoluta o frequenza relativa?¹

Livello scolastico: 3^a media

Competenze interessate	Contenuti	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Rappresentare e interpretare dati, anche utilizzando un foglio elettronico.	Calcolo di frequenze relative e percentuali, e loro confronti	<u>I dati e le previsioni</u>	Italiano
Usare e interpretare misure di centralità e dispersione.	Probabilità di un evento; valutazione della probabilità di un evento semplice	Il numero	Educazione Tecnica
Scegliere in modo casuale un elemento da un collettivo.		Le relazioni	
Interpretare in termini probabilistici i risultati relativi a prove multiple di eventi in contesti reali e virtuali (giochi, software, ...).		Argomentare e congetturare	
Prevedere, in semplici contesti, i possibili risultati di un esperimento e le loro probabilità.		Risolvere e porsi problemi	

Contesto matematico: lancio di una moneta, prove ripetute.

Commento

L'introduzione a questa attività parte dall'osservazione della realtà, intesa in questo caso come riflessione su avvenimenti legati a giochi tipo Lotto, Super Enalotto, etc

Quest'approccio dovrebbe far scaturire una discussione e dunque una riflessione che metta in evidenza i numerosi misconcetti e fraintendimenti che sono alla base delle considerazioni che vengono fatte dalla maggior parte di noi nelle situazioni di incertezza.

I fraintendimenti nascono anche dalla non discriminazione tra frequenza assoluta e frequenza relativa. Sono infatti comuni le seguenti "convinzioni":

- *In un numero elevato di casi la frequenza tende alla probabilità;*
- *L'evento che ritarda acquista maggiore probabilità rispetto alla norma, anzi la probabilità viene considerata in funzione crescente rispetto al tempo del ritardo;*
- *Si crede fermamente nella "compensazione"*
- *E' difficile rilevare l'indipendenza degli eventi futuri da quelli passati, non si riflette sul fatto che il numero "pigro" non ha memoria, in generale il caso non ha memoria.*

Con quest'attività si vuole dunque favorire la consapevolezza da parte del ragazzo che, ad esempio:

- 1) non è vero che in tanti lanci il numero delle TESTE tende al numero delle CROCI!
- 2) non è vero che la frequenza assoluta tende alla probabilità all'aumentare del numero delle prove!

¹ Da un'idea presente nelle dispense del corso di CALCOLO DELLE PROBABILITA' per l'indirizzo didattico, tenuto dal prof. Mario Barra, del Dipartimento di Matematica – Facoltà di Scienze

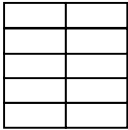
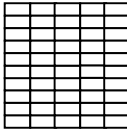
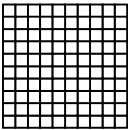
3) non è vero che se in un certo numero di prove è uscito un gran numero di TESTE, deve esserci un recupero delle CROCI perché la frequenza relativa tende ad $\frac{1}{2}$!

Punti di attenzione

- A) Gestione della discussione rispetto alle ipotesi
- B) Rilevazione dei fraintendimenti

ELEMENTI CONCETTUALI STATISTICI	ESPLICITAZIONE DEGLI ELEMENTI CONCETTUALI NELL'ATTIVITÀ
Fenomeno statistico	Uscite possibili nel caso di più lanci di una moneta
Unità statistica	Lancio
Carattere	Faccia mostrata
Modalità	testa; croce
Raccolta dei dati	Esperimento pratico con lancio di una o più monete

La descrizione delle fasi dell'attività è integrata da alcuni suggerimenti metodologico-operativi. Ogni docente potrà utilizzare tali suggerimenti, adattando l'azione didattica alla situazione in cui si trova ad operare

ATTIVITÀ DIDATTICHE	INDICAZIONI METODOLOGICO-OPERATIVE
<p>Prima FASE: il problema e la discussione iniziale</p> <p>L'insegnante pone il problema alla classe e invita gli alunni a discutere liberamente e a formulare ipotesi:</p> <p><i>“Supponiamo di lanciare una moneta prima 10 volte, poi 50 volte ed infine 100 volte. Secondo voi la differenza tra il numero delle teste e il numero delle croci aumenterà? Il numero delle teste tenderà al numero delle croci? Proviamo ad eseguire più volte questo esperimento. Formate dei gruppi. “</i></p>	<p>Probabilmente il ragionamento dei ragazzi porterà alla conclusione che se la frequenza di TESTA deve tendere ad $\frac{1}{2}$, allora necessariamente il numero delle TESTE deve tendere al numero delle CROCI, quindi deve esserci una compensazione. Questo anche in considerazione del fatto che nel linguaggio comune si pone scarsa attenzione all'uso delle parole. Ad esempio si dice la frequenza tende alla probabilità, intendendo la frequenza assoluta e non quella relativa, questo favorisce sicuramente gli errori di comprensione. E' importante far osservare ai ragazzi che, se si vuole stimare la probabilità di un evento con un numero, non ha senso scegliere la frequenza assoluta in quanto essa varia approssimativamente in proporzione al numero delle prove eseguite, ma ha senso scegliere la frequenza relativa.</p>
<p>Seconda FASE: l'esperimento</p> <p>a) La classe viene divisa in gruppi, ciascuno dei quali effettua tre serie di lanci di una moneta: 10 lanci, 50 lanci, 100 lanci. Per recuperare tempo i ragazzi possono nel gruppo suddividersi il numero dei lanci e poi mettere insieme i risultati.</p>	<p>A ciascun gruppo viene consegnata una scheda nella quale sono disegnati tre quadrati suddivisi rispettivamente in 10, 50 e 100 parti uguali:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>10 lanci</p>  <p>fig.1</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>50 lanci</p>  <p>fig.2</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>100 lanci</p>  <p>fig.3</p> </div> </div> <p>La scheda contiene le seguenti indicazioni</p> <ol style="list-style-type: none"> Lanciare una moneta Colorare il primo riquadro in alto a sinistra della fig.1 con il blu se è uscita testa Colorare il primo riquadro in alto a destra della fig.1 con il rosso se è uscita croce. Ripetere per 10 volte dal punto a) al punto c). (è necessario che i riquadri colorati con la stessa tinta siano adiacenti) Ripetere dal punto a) al punto c) per 50 volte per la fig.2 Ripetere dal punto a) al punto c) per 100 volte per la fig.3
<p>b) I gruppi registrano i risultati ottenuti utilizzando due colori diversi.</p>	<p>I tre quadrati offrono una rappresentazione dei risultati che mette in evidenza, che sebbene la differenza tra le frequenze assolute di TESTA e di CROCE tende ad aumentare, le aree colorate tendono ad essere equivalenti all'aumentare del numero dei lanci.</p>

Terza FASE: elaborazione dei risultati

a) I ragazzi calcolano la frequenza relativa e quella percentuale di entrambe le modalità

Sulla scheda sarà presente la seguente tabella che mostra le frequenze assolute f_a , le frequenze relative f_r e le frequenze percentuali $f_{\%}$.

n° lanci	$f_a(T)$	$f_a(C)$	$f_r(T)$	$f_r(C)$	$f_{\%}(T)$	$f_{\%}(C)$
10
50
100

I ragazzi dovranno compilare la prima riga della tabella per la serie di 10 lanci, la seconda riga per la serie di 50 lanci e la terza riga per la serie di 100 lanci.

b) Prima riflessione sui risultati ottenuti

Si analizzano i risultati ottenuti e si dovrebbe notare che la frequenza relativa tende sempre di più ad $\frac{1}{2}$ e quella percentuale sempre di più al 50%. Visivamente, avendo usato due colori diversi con l'accortezza di avere i riquadri adiacenti con la stessa tinta, si coglie che è sempre più probabile che la frequenza relativa tende alla probabilità, all'aumentare del numero dei lanci.

Con questo tipo di rappresentazione si pone bene in evidenza che:

- È verificato che il numero delle TESTE non tende mai al numero delle CROCI, anzi se ne allontana sempre di più;
- La tendenza ad $\frac{1}{2}$ della frequenza relativa risulta dalla presenza dei due colori, uno per le Teste e l'altro per le CROCI, all'interno del quadrato;
- Il recupero, ad esempio delle CROCI non c'è (ci potrebbe essere anche un sorpasso), ma le uscite successive hanno un "minor peso" rispetto alle prime, quando si considera la frequenza relativa o quella percentuale (infatti, l'area dei quadratini diminuisce nella terza figura)

Quarta FASE: simulazione al computer

“L'attività precedente ci ha permesso di osservare come vanno le cose nella realtà.

Chi si aspettava di ottenere un ugual numero di Teste e di Croci, sarà sicuramente rimasto deluso.

Qualcuno non è ancora convinto? Vogliamo provare ad aumentare il numero delle

Proprio per rafforzare queste conclusioni o per arrivare ad esse, è fondamentale l'esperienza di simulazione con il computer in laboratorio.

La simulazione al computer favorisce operativamente l'aumento del numero di prove in poco tempo e con facilità.

In questo modo, avendo a disposizione un gran numero di prove, si potrà porre l'attenzione su aspetti che giocano un ruolo determinante per la

<p><i>prove?</i> <i>Bene, a questo punto però è necessario per questioni organizzative e pratiche, usare uno strumento più funzionale al nostro scopo. Simuleremo con il computer un elevato numero di lanci di una moneta servendoci del foglio elettronico EXCEL”</i></p>	<p>piena comprensione dei concetti fondamentali emersi finora. Si potrà ribadire che calcoli o ragionamenti per dimostrare che lanciando una moneta, diventa più probabile l'uscita Testa, dopo che è uscita Croce, non hanno alcun fondamento. Utilizzando il foglio elettronico EXCEL, si rappresenteranno i dati ottenuti dalla simulazione con aerogrammi. Anche in questo caso le aree dei due diversi colori tenderanno ad essere equivalenti.</p>
<p><i>Quinta FASE: approfondimento numerico</i></p>	<p>Dopo la simulazione, si potranno sfruttare i risultati ottenuti per evidenziare il ruolo che i concetti di rapporto o di proporzionalità giocano su numeri molto alti.</p> <p>E' vero che se $\frac{A}{B} = 1 \rightarrow A = B$</p> <p>ma solo se A e B sono numeri piccoli e $\frac{A}{B} = 1$</p> <p>allora $A - B \rightarrow 0$</p> <p>Se A e B sono numeri molto grandi questo può non essere vero. La differenza tra A e B può dunque aumentare e il loro rapporto tendere comunque ad 1.</p>

SCHEDA 1: Lancio di una moneta

Gruppo n° ...

Componenti:

Scopo: Osservare l'andamento delle uscite testa e croce in una serie di lanci

Materiale: Monete, colori blu e rosso.

- Esecuzione**
- g) Lanciare una moneta
 - h) Colorare il primo riquadro in alto a sinistra della fig.1 con il blu se è uscita testa
 - i) Colorare il primo riquadro in alto a destra della fig.1 con il rosso se è uscita croce.
 - j) Ripetere per 10 volte dal punto a) al punto c).
(è necessario che i riquadri colorati con la stessa tinta siano adiacenti)
 - k) Compilare la prima riga della tabella (fig.4)
 - l) Ripetere dal punto a) al punto c) per 50 volte per la fig.2
 - m) Compilare la seconda riga della tabella (fig.4)
 - n) Ripetere dal punto a) al punto c) per 100 volte per la fig.3
 - o) Compilare la terza riga della tabella (fig.4)

10 lanci

fig.1

50 lanci

fig.2

100 lanci

fig.3

n° lanci	f _a (T)	f _a (C)	f _r (T)	f _r (C)
10
50
100

fig.4

Le aree ricoperte dai due colori rappresentano le frequenze relative di ciascuno dei due eventi: "uscita Testa" e "uscita Croce".

Riportate le vostre osservazioni.

.....

Per le tre serie di lanci, potete affermare che:

a. Il numero delle teste tende al numero delle croci? SI NO

b. La frequenza relativa tende ad 1/2? SI NO