

# La matematica nella scuola elementare e media

## 1. Premessa

L'educazione matematica deve contribuire a una formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, risolvere e porsi problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni di incertezza. Infatti, la conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. Per questo la matematica concorre, insieme con le scienze sperimentali, alla formazione di una dimensione culturale scientifica. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale, non unicamente come bagaglio astratto di nozioni. La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambe sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: priva del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, essa diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. I due aspetti si intrecciano ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato fin dai primi anni della scuola elementare. Dentro a competenze strumentali come contare, eseguire semplici operazioni aritmetiche sia mentalmente che per iscritto, saper leggere dati rappresentati con una tabella, un istogramma, un diagramma a torta, o un grafico, misurare una grandezza, calcolare una probabilità è infatti sempre presente un aspetto culturale, che collega tali competenze alla storia della nostra civiltà e alla complessa realtà in cui viviamo. D'altra parte, l'aspetto culturale, che fa riferimento a una serie di conoscenze teoriche, storiche ed epistemologiche, quali la padronanza delle idee fondamentali di una teoria, la capacità di situarle in un processo evolutivo, di riflettere sui principi e sui metodi impiegati, non ha senso senza i riferimenti ai calcoli, al gioco delle ipotesi, ai tentativi ed errori per validarle, ecc., che costituiscono il terreno concreto e vivo da cui le conoscenze teoriche della matematica traggono alimento. Per questo entrambi i tipi di competenze costituiscono obiettivi di lungo termine, alcuni dei quali potranno essere conseguiti compiutamente nella scuola superiore; la loro costruzione si deve però iniziare già nella scuola elementare e nella scuola media, realizzando una didattica di tipo elicoidale, che riprende gli argomenti approfondendoli di volta in volta. Il nesso profondo tra aspetti strumentali e culturali potrà in particolare essere colto dagli alunni proponendo loro opportune riflessioni storiche, introdotte gradualmente, senza forzature e anticipazioni. Essendo per sua natura di carattere critico, la riflessione storica dovrà infatti attendere che i concetti relativi si siano consolidati, in modo da non generare confusione e quindi incertezza negli scolari. D'altra parte, è importante che non si operino delle forzature, o peggio si inventi una storia inesistente, per adattare le problematiche storiche alle conoscenze degli alunni: la narrazione storica potrà e dovrà essere semplificata, ma non falsata.

Con riferimento alla doppia modalità introdotta sopra, si individuano alcuni nuclei essenziali su cui costruire le competenze matematiche dell'allievo; quattro sono nuclei tematici e caratterizzano i contenuti dell'educazione matematica nella scuola elementare e media: *il numero, lo spazio e le figure, le relazioni, i dati e le previsioni*. L'insegnante dovrà cercare di svilupparli in modo coordinato, cogliendo ogni occasione di collegamenti interni e con altre discipline. Vi sono poi tre nuclei trasversali, centrati sui processi degli allievi: *misurare, argomentare e congetturare, risolvere e porsi problemi*. Il primo consente un approccio corporeo ed esperienziale alle grandezze, in collegamento con le scienze, per ricavare relazioni tra le grandezze esperite e costruire modelli di fenomeni studiati. Il secondo caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni

intuitive e dai livelli operativi a forme di pensiero più avanzate che, nella scuola superiore, saranno coinvolte nella dimostrazione matematica, nel calcolo algebrico, nell'uso di modelli matematici in contesti vari. Il terzo offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza.

## **2. Didattica e contenuti**

Nella scuola elementare e media la costruzione di competenze matematiche va perseguita in contesti culturalmente ricchi e motivanti, che permettano agli allievi esperienze cognitive significative e consonanti con quelle condotte in altri ambiti: scientifici, linguistici, motori, figurativi, ecc.

All'inizio della scuola elementare il bambino ha già fatto una serie di esperienze di carattere matematico – nella scuola dell'infanzia, in contesti di gioco e di vita familiare e sociale – e ha già consolidato alcune fondamentali competenze logico-matematiche. Più precisamente, verso i sei anni egli ha maturato esperienze significative relativamente alle seguenti competenze: contare oggetti e valutarne la quantità sul piano concreto; eseguire semplici operazioni sempre sul piano concreto; confrontare, ordinare, classificare, porre in relazione oggetti in rapporto a diverse proprietà (estensione, lunghezza, altezza, forma, colore,...), ricorrendo a modi più o meno sistematici; utilizzare concretamente semplici strumenti di misura; usare simboli per la registrazione; risolvere semplici problemi tratti dalla vita quotidiana e di interesse immediato; orientarsi nello spazio (sopra/sotto, avanti/indietro,...) e nel tempo (prima/dopo); localizzare persone e oggetti nello spazio; rappresentare percorsi ed eseguirli anche dietro semplici indicazioni verbali. Infine, il bambino comincia a formulare semplici ipotesi in ordine a fatti di vita quotidiana.

Occorre comunque avere ben presente che il percorso per il raggiungimento dei concetti matematici e della loro formalizzazione non è lineare, ma passa necessariamente per momenti cruciali che costituiscono salti cognitivi in quanto affrontano concetti che possono costituire ostacoli per l'apprendimento o essere fonte di fraintendimenti e misconcetti. Un tipico esempio è l'introduzione dei decimali o delle frazioni. Ad esempio, nell'introdurre le moltiplicazioni con i numeri decimali gli allievi si scontrano con l'ostacolo, indotto dal modello dei naturali, che non sempre il prodotto fra due numeri decimali è maggiore dei due fattori. Analogamente, nel confronto fra numeri decimali, è bene evidenziare, per esempio, che 0,45 è minore di 0,6 (e non viceversa come alcuni allievi credono sulla base che 6 è minore di 45). Per le frazioni, il modello forte dei naturali anche qui può essere fonte di ostacoli; occorrono interventi didattici opportuni per porvi rimedio. Ad esempio, si sconsiglia di introdurre la procedura di addizione di due numeri razionali rappresentati sotto forma di frazione che fa uso della scomposizione in fattori dei denominatori: è invece opportuno insistere sul concetto di frazioni equivalenti, e far notare che, per addizionare due numeri razionali rappresentati sotto forma di frazioni, è sufficiente trasformare le due frazioni date in frazioni equivalenti, ma aventi lo stesso denominatore.

In tutti questi casi, è comunque fondamentale l'attivazione di esplorazioni cognitivamente ricche in campi di esperienza significativi per l'allievo, in sinergia con esperienze parallele condotte nei vari ambiti disciplinari; in tali attività sarà essenziale la mediazione del linguaggio naturale, sia parlato che scritto. La trasposizione didattica della matematica va infatti effettuata dall'insegnante nel concreto della sua classe, tenendo conto che la matematica deve essere strutturata opportunamente in *campi di problemi*, che hanno sia uno statuto epistemologico che cognitivo. Ad esempio, i problemi moltiplicativi fanno riferimento, da un lato, a un complesso di situazioni concrete in cui gli allievi compiono esperienze cognitive varie; dall'altro, corrispondono a concetti matematicamente rilevanti che gli allievi appunto, costruiscono imparando a sintetizzare quanto esperito col linguaggio aritmetico. Gli aspetti ludici possono parimenti favorire situazioni di apprendimento significative per gli allievi e contribuire all'immagine di una matematica dal volto umano.

L'esperienza e la verbalizzazione col linguaggio naturale dovranno precedere la formalizzazione e la riflessione sui sistemi di notazione simbolica propri della matematica. Per esempio, prima di imparare a formalizzare una strategia risolutiva per mezzo dei segni dell'aritmetica, i bambini dovranno esplorare e operare in campi di esperienza in cui attuare attività di quantificazione, utilizzando strumenti e sistemi di rappresentazione che sono caratteristici del campo stesso (il calendario lineare per risolvere problemi legati al tempo; monete o loro rappresentazioni per risolvere problemi di compravendita di beni ...). Analogamente, per le conoscenze legate allo spazio e alle figure sarà essenziale l'esplorazione dinamica in contesti vari, supportata eventualmente da opportuni software di geometria dinamica, e l'uso del linguaggio naturale su cui fondare la transizione dalle esperienze alle notazioni matematiche. In alcuni contesti, l'esposizione al linguaggio simbolico potrà anche precedere l'attività di verbalizzazione, purché essa sia funzionale alla possibilità di provocare negli alunni processi interpretativi fruttuosi in relazione alle problematiche del contesto.

In entrambi i casi l'acquisizione di un linguaggio rigoroso deve essere un obiettivo da raggiungere nel lungo periodo e una conquista cui gli allievi giungono, col supporto dell'insegnante, a partire dalle loro concrete produzioni verbali, messe a confronto e opportunamente discusse nella classe.

E' quindi necessario che l'insegnante progetti e realizzi ambienti di apprendimento adeguati nei vari campi di esperienza: in tali ambienti saranno privilegiate l'attività di costruzione e di soluzione di problemi, nonché quella di matematizzazione e di modellizzazione. In questo contesto è opportuno distinguere tra esercizi, problemi, situazioni da modellizzare. I primi richiedono solo l'applicazione di regole e procedure note e codificate; nei problemi la scelta delle strategie risolutive è lasciata al solutore ed esige un pizzico di fantasia e di inventiva; nella situazione da modellizzare non è nemmeno esplicitata la formulazione delle domande per le quali si intenderebbe cercare una risposta (si parla in questo caso anche di problema aperto). La distinzione è naturalmente relativa al bagaglio di conoscenze degli allievi: ciò che è problema a una data età può diventare esercizio in età successiva. Proporre problemi e situazioni da modellizzare è un'attività indispensabile fin dai primi anni di scolarità; naturalmente si dovranno alternare momenti di posizione e di risoluzione di problemi con fasi di sistemazione e consolidamento delle conoscenze, dove anche gli esercizi hanno un ruolo importante per l'acquisizione e il consolidamento dei principali automatismi di calcolo e di ragionamento. E' comunque cruciale che l'insegnante utilizzi problemi e situazioni da modellizzare al fine di mobilitare le risorse intellettuali degli allievi, anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla loro formazione generale.

Grande importanza come mediatori nei processi di acquisizione di conoscenza e nel supporto alla comprensione del nesso tra idee matematiche e cultura, assumono i contesti ludici e gli strumenti, dai più semplici, come i materiali manipolabili (ad es., il compasso o il righello), fino agli strumenti tecnologici più complessi (tipicamente il computer o le calcolatrici numeriche e simboliche, ma anche le 'macchine', nel senso più ampio del termine, dagli orologi al distributore di bibite, ecc.). Varie ricerche suggeriscono l'importanza di software che, nella loro interfaccia, rendono disponibili oggetti computazionali con i quali l'alunno può interagire per esplorare un dominio di conoscenza matematico o la matematica che caratterizza un campo di conoscenza extramatematico.

### **3. Didattica e tempi dell'apprendimento**

Il conseguimento delle competenze e conoscenze sopra elencate richiede tempo e partecipazione attiva degli allievi al progetto formativo. I ritmi dell'azione di insegnamento-apprendimento devono essere adeguati alle reali esigenze degli allievi e non possono essere dettati da programmi caratterizzati da un'eccessiva segmentazione dei contenuti o da moduli che presuppongano improbabili percorsi quasi indipendenti fra loro. In altri termini, la progettazione dell'insegnante va condotta secondo una logica di una didattica lunga, attenta a garantire agli allievi possibilità di costruzioni di significato per gli oggetti di insegnamento-apprendimento.