CORSO DI LAUREA SIGI

Statistica II

ESERCITAZIONE 2 (Correzione venerdì 3 Marzo**)**

COGNOME _____ **NOME** _____

A. Con riferimento ad una variabile aleatoria con distribuzione *t* di Student con 20 gradi di libertà:

1. si calcoli la probabilità che la variabile sia compresa nell'intervallo $[-2{,}3; 1{,}7]$;
2. si determini il decimo e il novantacinquesimo centile e si confrontino questi centili con quelli della distribuzione normale standard.

B. Si assuma che per un determinato tipo di lampadine la durata di funzionamento (espressa in giorni) abbia distribuzione chi-quadrato con 20 gradi di libertà.

1. Si calcoli la probabilità che si riesca a illuminare ininterrottamente una stanza per un periodo di almeno un mese.
2. Assumendo di voler illuminare una stanza ininterrottamente, usando una lampadina dopo l'altra, si calcoli la probabilità che con 12 lampadine si riesca ad illuminare la stanza per un periodo di almeno 5 mesi.

C. Si consideri la variabile aleatoria $Z = \frac{3}{4}X + \frac{1}{4}Y$ e si assuma che E(X) = 10, Var(X) = 2, E(Y) = 7 e Var(Y) = 1,5.

Si calcoli:

1. E(Z);
2. Var(Z), assumendo che le variabili X e Y siano indipendenti;
3. Var(Z), nell'ipotesi che il coefficiente di correlazione tra X e Y sia $\rho = 0{,}68$.

D. Siano $X_1 \sim$ N(0, 4), $X_2 \sim$ N(1, 9) e $X_3 \sim \chi^2(5)$ tre variabili aleatorie indipendenti. Si calcoli:

1. la probabilità $P(X_1 - 2X_2 > 0)$ e la probabilità $P(X_1^2 > 20)$;
2. il valore q tale che $P(X_1^2 < q)$;
3. la probabilità $P\left(\frac{X_1/2}{\sqrt{X_3/5}} > 1{,}5\right)$;
4. il valore di t tale che $P\left(\frac{X_1/2}{\sqrt{X_3/5}} > t\right) = 0{,}05$.

E. Si generino 1.000 realizzazioni casuali delle variabili aleatorie X_1, X_2 e X_3 specificate nell'Esercizio D.

1. Si calcoli la frequenza delle corrispondenti realizzazioni della variabile $Y = X_1 - 2X_2$ che sono maggiori di 0 e la si confronti con la probabilità calcolata in precedenza (cfr. D.1).
2. Si calcoli la frequenza relativa delle realizzazioni di X_1 che elevate al quadrato sono superiori a 20 e la si confronti con la probabilità calcolata precedentemente (cfr. D.1).
3. Si calcoli la frequenza relativa delle realizzazioni di $Z = \frac{X_1/2}{\sqrt{X_3/5}}$ che superano 1,5 e la si confronti con la probabilità calcolata predentemente (cfr. D.3).

F. Si considerino le variabili aleatorie indipendenti $X_1 \sim \chi^2(5)$ e $X_1 \sim \chi^2(12)$.

1. Si calcoli la probabilità che $Y = \frac{X_1/5}{X_2/12}$ sia minore di 1,2.
2. Si generino 1.000 realizzazioni casuali di X_1 e X_2. Si calcoli la frequenza delle realizzazioni minori di 1,2 e la si confronti con la probabilità di cui sopra.