

CORSO DI LAUREA SIGI

Statistica II

ESERCITAZIONE (Correzione 4 Maggio 2007)

COGNOME _____ NOME _____

A. Si consideri il seguente stimatore della media di una popolazione con varianza pari a 40.

$$W_n = 2 \left[\frac{1}{n^2} X_1 + \frac{2}{n^2} X_2 + \frac{3}{n^2} X_3 + \dots + \frac{n}{n^2} X_n \right]$$

- Si calcoli la distorsione e si dica se si tratta o meno di uno stimatore non distorto.
- Si calcoli la varianza dello stimatore e quindi il suo errore quadratico medio.
- Si stabilisca se lo stimatore è consistente e se è consistente in media quadratica.

B. Si consideri il seguente stimatore della media di una popolazione con varianza 12:

$$W_n = 0,5X_1 + \frac{1}{n} X_2 + \frac{0,5}{n-2} X_3 + \dots + \frac{0,5}{n-2} X_n$$

- Si stabilisca se lo stimatore è asintoticamente non distorto.
- Si calcoli la varianza dello stimatore e si determini se lo stimatore è consistente in media quadratica.

C. Si estraggano, da una popolazione con distribuzione $N(10,12)$, 1000 campioni di 10 unità ciascuno, 1000 campioni di 20 unità ciascuno e infine 1000 campioni di 100 unità. Si calcoli, per ciascuno di questi campioni, lo stimatore di cui all'esercizio precedente e si verifichino empiricamente le sue proprietà.

D. Si generino 1000 campioni di ampiezza 100 da una distribuzione uniforme continua tra 0 e 1. Si calcoli la media campionaria per ciascun campione e si rappresenti la distribuzione empirica di questo stimatore attraverso un istogramma con classi di ampiezza 0,10. Si confronti l'istogramma con la curva di densità di una normale con opportuni parametri.

E. Si trovi lo stimatore di massima verosimiglianza del parametro θ della popolazione descritta dal seguente modello distributivo

$$f(x; \theta) = \frac{\theta - 1}{2} e^{-\frac{\theta - 1}{2} x}, x > 0.$$