

CORSO DI LAUREA SIGI

Statistica II

ESERCITAZIONE 2 (Correzione mercoledì 21 Marzo)

A. Si assuma che le variabili casuali X_1 e X_2 abbiano distribuzione Chi-Quadro con, rispettivamente, 4 e 50 gradi di libertà:

1. si rappresentino graficamente le due funzioni di densità;
2. si calcoli la probabilità che la variabile casuale X_1 assuma valori maggiori di 10;
3. si determini il 95° centile e la mediana di X_1 ;
4. si determini la probabilità che X_2 sia compresa tra 40 e 70 e si confronti questa probabilità con quella calcolata sulla base dell'approssimazione normale.

B. Si considerino 4 variabili aleatorie Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 indipendenti con distribuzione normale standard. Si generino 1000 numeri casuali per ognuna di queste e si calcolino le corrispondenti realizzazioni della variabile aleatoria $Y = \sum_j Z_j^2$.

1. Si rappresenti graficamente l'istogramma della distribuzione simulata di Y utilizzando delle classi definite opportunamente;
2. si confronti l'istogramma di cui sopra con il grafico della distribuzione teorica di X_1 di cui all'esercizio A.

C. La durata in giorni di una lampadina (accesa senza interruzione) ha distribuzione χ_{15}^2 . Si calcoli:

1. la probabilità che una lampadina sia funzionante per almeno 10 giorni;
2. la probabilità che in un mese (30 giorni) si impieghino più di 3 lampadine.

D. Con riferimento ad una variabile casuale con distribuzione t di Student con 15 gradi di libertà:

1. si calcoli la probabilità che la variabile assuma valori nell'intervallo $(-2; 2)$ e si confronti questo valore con la probabilità che una normale standard assuma valori in tale intervallo;
2. si calcoli il primo decile della variabile t di Student e lo si confronti con quello della normale standard.

E. Con riferimento ad una variabile casuale con distribuzione F di Fisher con 3 e 5 gradi di libertà:

1. si calcoli la probabilità che la variabile casuale assuma valori minori di 0,75;
2. si determini quel valore f tale che valga $P(F > f) = 0,01$.

F. Si considerino le variabili aleatorie indipendenti $W_1 \sim N(1,9)$, $W_2 \sim \chi_8^2$ e $W_3 \sim \chi_{10}^2$

1. si indichi la distribuzione delle variabili $Y = W_2 + \frac{W_1^2 + 1 - 2W_1}{9}$, $T = \frac{(W_1 - 1)/3}{\sqrt{(W_2/8)}}$ e

$$F = \frac{(W_2 + W_3)/18}{W_2/8};$$

2. si calcoli $P((W_1 - 1)^2 > 4)$, $P(Y > 9)$, $P(T < 0,7)$ e si determini w tale che $P(F > 2w) = 0,05$.