Facoltà di Economia - Corso di laurea SIGI - Esame di Statistica II del 30/06/2006

Cognome ___________________ **Nome** ___________________ Firma ______________________

Il compito si compone di 4 esercizi. N. B. per lo svolgimento di ogni esercizio occorre utilizzare l'apposito riquadro. Tempo a disposizione: 1:30.

A (6 punti). Si consideri una variabile casuale X con distribuzione $N(1,2)$ e una variable casuale Y, indipendente da X, con distribuzione $N(0,1)$.

1. Si calcoli la probabilità che la variabile casuale $X+Y$ assuma valori compresi nell'intervallo $[0, 10]$.
2. Si trovino le costanti a e b affinché $(X-a)^{\wedge}2/b$ abbia distribuzione χ_1^2.
3. Si trovino le costanti c e d affinché $Y/\sqrt{(X-c)^{\wedge}2/d}$ abbia distribuzione t_1.

Svolgimento:

B (8 punti). Con riferimento a un campione casuale $X_1, \ldots, X_n$, $n \geq 2$, estratto da una popolazione con media μ e varianza σ^2, si consideri lo stimatore di μ definito come

$$T = 0{,}2X_1 + 0{,}8X_2 .$$

1. Si calcoli il valore atteso e la distorsione dello stimatore e si dica se si tratta o meno di uno stimatore non distorto.
2. Si calcoli la varianza dello stimatore T e quindi il suo errore quadratico medio. Si confronti lo stimatore T con lo stimatore $\overline{X}$ in termini di efficienza.
3. Assumendo che la variabile X di interesse abbia distribuzione normale, si ricavi la distribuzione di T e si dica come questa dipende da n.
4. Si stabilisca se lo stimatore è consistente e se è consistente in media quadratica (illustrare tramite un grafico dell'errore quadratico medio).

Svolgimento:

C (8 punti). In un campione di 200 soggetti di sesso maschile si è riscontrato che 42 soggetti sono interessati all'acquisto di un certo prodotto. In un campione di 170 soggetti di sesso femminile si è invece riscontrato che 35 sono interessati all'acquisto del prodotto in questione.

1. Si stimi p_1 (probabilità che un soggetto di sesso maschile sia interessato all'acquisto del prodotto) e p_2 (probabilità che un soggetto di sesso femminile sia interessato all'acquisto del prodotto) e si fornisca una stima della varianza dei corrispondenti stimatori.
2. Si costruisca un intervallo di confidenza al 95% per p_1.
3. Si costruisca un intervallo di confidenza al 99% per $p_1 - p_2$.
4. Si verifichi l'ipotesi $H_0 : p_1 = p_2$ contro l'alternativa $H_0 : p_1 < p_2$ al livello $\alpha = 0{,}10$.

Svolgimento:

D (8 punti). Nell’ambito di un’indagine sulla qualità di un certo prodotto è stato estratto un campione di pezzi prodotti, in corrispondenza dei quali sono state ottenute le seguenti misure di lunghezza:

6,00	6,17	5,58	6,31	6,31	6,96	6,78

1. Sotto l’ipotesi che la lunghezza di un prodotto abbia distribuzione $N(\mu,\sigma^2)$, si calcoli la stima di massima verosimiglianza di μ e quella di σ^2.
2. Si verifichi l’ipotesi $H_0 : \mu = 5{,}5$ contro l’alternativa $H_1 : \mu > 5{,}5$ al livello di significatività $\alpha = 0{,}01$.
3. Si costruisca un intervallo di confidenza al 90% per σ^2.
4. Si verifichi l’ipotesi $H_0 : \sigma^2 = 1$ contro l’alternativa $H_1 : \sigma^2 \neq 1$ al livello di significatività $\alpha = 0{,}05$.

Svolgimento: