

Cognome _____ Nome _____ Firma _____

Il compito si compone di 4 esercizi. N. B. per lo svolgimento di ogni esercizio occorre utilizzare l'apposito riquadro. Tempo a disposizione: 1:30.

A (6 punti). Si consideri una variabile casuale X con distribuzione $N(15, 2)$.

1. Si calcoli la moda e la mediana.
2. Si ricavino i punti di flesso della funzione di densità di X (riportare i valori numerici).
3. Si calcoli il 95° centile della distribuzione di $(X - 15)^2$.

Svolgimento:

B (8 punti). Si consideri una popolazione in cui la variabile di interesse X ha media μ e varianza σ^2 . Si consideri inoltre lo stimatore di μ definito come

$$T = b\bar{X}$$

dove b è una costante minore di 1 e \bar{X} indica la media campionaria.

1. Si calcoli la distorsione dello stimatore e si dica se si tratta o meno di uno stimatore non distorto ed eventualmente il tipo di distorsione (negativa o positiva).
2. Si calcoli la varianza dello stimatore e quindi il suo errore quadratico medio.
3. Si stabilisca se lo stimatore è asintoticamente non distorto (illustrare tramite un grafico della distorsione).
4. Si stabilisca se lo stimatore è consistente e se è consistente in media quadratica (illustrare tramite un grafico dell'errore quadratico medio).

Svolgimento:

C (8 punti). Nell'ambito di un'indagine di marketing sono stati intervistati 200 soggetti. Si è riscontrato un reddito medio (in migliaia di €) pari di $\bar{x} = 18,23$ con varianza campionaria di $s^2 = 43,92$. Si è inoltre riscontrato che 42 di questi soggetti sono propensi all'acquisto di un certo prodotto.

1. Si stimi p (probabilità che un soggetto acquisti il prodotto in questione) e si fornisca una stima della varianza dello stimatore di p .
2. Si costruisca un intervallo di confidenza al 95% per μ (reddito medio della popolazione da cui è stato estratto il campione).
3. Si costruisca un intervallo di confidenza al 99% per p .
4. Si verifichi l'ipotesi $H_0 : p = 0,2$ contro $H_1 : p > 0,2$ al livello $\alpha = 0,10$.

Svolgimento:

D (8 punti). Si consideri la segue tabella di contingenza per le variabili Sesso e Livello di reddito.

	Basso	Medio	Elevato
M	25	38	43
F	33	47	40

1. Si stimi il reddito medio dei maschi e quello delle femmine (si utilizzi il valore centrale 15 per la classe “Reddito basso”, 25 per la classe “Reddito medio” e 50 per “Reddito alto”).
2. Al livello di significatività $\alpha = 0,01$, si verifichi l’ipotesi $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contro l’alternativa $H_1 : \mu_1 > \mu_2$, dove μ_1 indica il reddito medio nella popolazione dei maschi e μ_2 quello nella popolazione delle femmine.
3. Si costruisca la tabella di indipendenza corrispondente alla tabella data.
4. Si verifichi l’ipotesi di indipendenza tra le due variabili al livello $\alpha = 0,05$.

Svolgimento: