

Cognome _____ Nome _____ Firma _____

Il compito si compone di 4 esercizi. N. B. per lo svolgimento di ogni esercizio occorre utilizzare l'apposito riquadro. Tempo a disposizione: 1:30.

A (6 punti). Si consideri una variabile casuale X con distribuzione $N(10,5)$.

1. Si rappresenti graficamente la funzione di densità.
2. Si calcoli la probabilità che la variabile casuale assuma valori compresi nell'intervallo $[9, 11]$.
3. Si calcoli la probabilità che X assuma valori superiori a 8 e quella che X assuma valori non inferiori a 13.

Svolgimento:

B (8 punti). Si consideri una popolazione in cui la variabile di interesse X ha media μ e varianza σ^2 . Si consideri inoltre lo stimatore di μ definito come

$$T = a + \bar{X}$$

dove a è una costante maggiore di 0 e \bar{X} indica la media campionaria.

1. Si calcoli la distorsione dello stimatore e si dica se si tratta o meno di uno stimatore non distorto.
2. Si calcoli la varianza dello stimatore e quindi il suo errore quadratico medio.
3. Si stabilisca se lo stimatore è asintoticamente non distorto (illustrare tramite un grafico della distorsione).
4. Si stabilisca se lo stimatore è consistente e se è consistente in media quadratica (illustrare tramite un grafico dell'errore quadratico medio).

Svolgimento:

C (8 punti). Per un campione di 150 pezzi estratti casualmente da quelli prodotti da un certo macchinario si è riscontrata una lunghezza media $\bar{x} = 25,73$ con varianza campionaria $s^2 = 9,79$. Si è inoltre riscontrato che 8 di questi pezzi sono difettosi.

1. Si calcoli la stima di massima verosimiglianza di μ (media della lunghezza dei pezzi prodotti), di σ^2 (varianza della lunghezza) e di σ (deviazione standard), sotto l'ipotesi che la lunghezza dei pezzi abbia distribuzione normale.
2. Si stimi p (probabilità che un pezzo sia difettoso) e si fornisca una stima della varianza dello stimatore di p .
3. Si costruisca un intervallo di confidenza al 95% per μ .
4. Si costruisca un intervallo di confidenza al 99% per p .

Svolgimento:

D (8 punti). Nell'ambito di un'indagine sulla propensione al consumo sono stati estratti in modo indipendenti due campioni di consumatori. Il primo è relativo a consumatori di sesso maschile e il secondo a consumatori di sesso femminile. Nella tabella seguente è riportata l'importo dichiarato per l'acquisto del prodotto da ognuno dei questi soggetti:

Maschi	11,79	13,92	13,13	15,53	14,49		
Femmine	19,42	18,25	18,29	22,05	20,46	19,41	18,17

1. Per ogni campione si calcoli la media campionaria (\bar{x} per il primo campione e \bar{y} per il secondo) dell'importo destinato alla spesa del prodotto in questione e la corrispondente varianza campionaria (s_1^2 e s_2^2).
2. Sotto l'ipotesi $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, dove X è l'importo destinato all'acquisto da un maschio e Y da una femmina, si stimi $\mu_1 - \mu_2$ e la varianza delle popolazioni σ^2 .
3. Sotto l'assunzione di cui sopra si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contro l'alternativa $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ al livello di significatività $\alpha = 0,01$.
4. Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contro l'alternativa $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ al livello di significatività $\alpha = 0,05$.

Svolgimento: